

# สารบัญ

คำนำพิมพ์ครั้งที่ 4	(ก)
คำนำพิมพ์ครั้งที่ 3	(ค)
คำนำพิมพ์ครั้งที่ 2	(ง)
คำนำพิมพ์ครั้งที่ 1	(ฉ)
<b>บทที่ 1</b> ก้าวแรกสู่ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์	<b>1</b>
1.1 บทนำ	1
1.2 ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์คืออะไร	4
1.3 ระเบียบวิธีผลต่างสี่เหลี่ยมและข้อคล้ายคลึงกับ ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์	6
1.4 ข้อแตกต่างระหว่างระเบียบวิธีผลต่างสี่เหลี่ยมกับ ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์	15
1.5 ขั้นตอนทั่วไปของระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์	16
1.6 การประยุกต์ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์	19
1.7 บทสรุป	24
บรรณานุกรม	26
<b>บทที่ 2</b> การสร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์จากวิธีการโดยตรง	<b>27</b>
2.1 บทนำ	27
2.2 การสร้างสมการของเอลิเมนต์ในหนึ่งมิติ	28
2.2.1 การยึดหยุ่นในวัสดุท่อน	28
2.2.2 การนำความร้อน	31
2.2.3 การไหลในท่อ	33

2.3	การสร้างระบบสมการรวมจากสมการย่อยของเอลิเมนต์	35
2.3.1	การประกอบเมทริกซ์ของเอลิเมนต์ขึ้นเป็นเมทริกซ์ระบบรวม	36
2.3.2	คุณลักษณะของเมทริกซ์ระบบรวม	40
2.3.3	ตัวอย่างการแก้ปัญหาหนึ่งมิติ	43
2.4	การแปลงเมทริกซ์ของเอลิเมนต์	47
2.4.1	ปัญหาที่ต้องทำการแปลงเมทริกซ์	47
2.4.2	วิธีการแปลงเมทริกซ์	48
2.4.3	ตัวอย่างปัญหาโครงสร้างสองมิติ	53
2.5	บทสรุป	59
	บรรณานุกรม	60
	แบบฝึกหัด	61
<b>บทที่ 3</b>	<b>การสร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์โดยระเบียบวิธีแปรผัน</b>	<b>69</b>
3.1	บทนำ	69
3.2	ระเบียบวิธีแปรผัน (Variational method)	70
3.2.1	ความหมายของระเบียบวิธีแปรผัน	71
3.2.2	ตัวอย่างระเบียบวิธีแปรผัน	72
3.3	ระเบียบวิธีของริตซ์ (Ritz method)	75
3.3.1	ขั้นตอนในระเบียบวิธีของริตซ์	76
3.3.2	ตัวอย่างการใช้ระเบียบวิธีของริตซ์	77
3.4	การสร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์โดยระเบียบวิธีแปรผัน	80
3.4.1	ฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์หนึ่งมิติ	81
3.4.2	คุณสมบัติของฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์	83
3.4.3	ขั้นตอนระเบียบไฟไนต์เอลิเมนต์บนรากฐานของระเบียบวิธีแปรผัน	83
3.4.4	ตัวอย่างปัญหาแบบหนึ่งมิติ	84
3.4.5	ฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์สองมิติ	93
3.4.6	การสร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์แบบสองมิติ	97

3.4.7	ตัวอย่างปัญหาในสองมิติ	100
3.5	บทสรุป	106
	บรรณานุกรม	107
	แบบฝึกหัด	108

<b>บทที่ 4</b>	<b>การสร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์โดยระเบียบวิธีถ่วงน้ำหนักเศษตค้ำ</b>	<b>115</b>
4.1	บทนำ	115
4.2	ระเบียบวิธีถ่วงน้ำหนักเศษตค้ำ	116
4.2.1	วิธีการจัดตำแหน่งจุด (point collocation)	119
4.2.2	วิธีการจัดโดเมนย่อย (subdomain collocation)	120
4.2.3	วิธีกาลเลอร์กิน (Galerkin)	120
4.2.4	วิธีกำลังสองน้อยสุด (least squares)	121
4.3	ระเบียบวิธีถ่วงน้ำหนักเศษตค้ำเพื่อสร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์	124
4.3.1	ลำดับขั้นตอนทั่วไป	124
4.3.2	ตัวอย่างปัญหาแบบหนึ่งมิติ	127
4.3.3	ตัวอย่างปัญหาแบบสองมิติ	139
4.4	บทสรุป	152
	บรรณานุกรม	153
	แบบฝึกหัด	153

<b>บทที่ 5</b>	<b>ฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์และ</b>	
	<b>การอินทิเกรตเอลิเมนต์เมทริกซ์เชิงตัวเลข</b>	<b>165</b>
5.1	บทนำ	165
5.2	ฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์หนึ่งมิติ	166
5.3	ฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์สองมิติ	168
5.3.1	เอลิเมนต์รูปสามเหลี่ยม	168
5.3.2	เอลิเมนต์รูปสี่เหลี่ยม	172

5.4	ฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์สามมิติ	176
5.4.1	เอลิเมนต์ทรงสี่หน้า	176
5.4.2	เอลิเมนต์ทรงหกหน้า	178
5.5	การคำนวณเอลิเมนต์เมทริกซ์	179
5.5.1	สูตรการอินทิเกรต	180
5.5.2	ตัวอย่างการคำนวณเอลิเมนต์เมทริกซ์	184
5.5.3	โปรแกรมคอมพิวเตอร์	189
5.6	บทสรุป	195
	บรรณานุกรม	196
	แบบฝึกหัด	197
<b>บทที่ 6</b>	<b>ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เพื่อวิเคราะห์ปัญหาของแข็ง</b>	<b>203</b>
6.1	บทนำ	203
6.2	สมการพื้นฐานทั่วไปในสามมิติ	204
6.2.1	สมการเชิงอนุพันธ์	204
6.2.2	ฟังก์ชันแปรผัน	207
6.2.3	สมการไฟไนต์เอลิเมนต์	209
6.3	ปัญหาโครงสร้างวัสดุท่อน	213
6.3.1	สมการพื้นฐาน	213
6.3.2	สมการไฟไนต์เอลิเมนต์	213
6.4	ปัญหาแผ่นระนาบ	216
6.4.1	สมการพื้นฐาน	216
6.4.2	สมการไฟไนต์เอลิเมนต์	219
6.5	ปัญหาที่มีความสมมาตรรอบแกน	223
6.5.1	สมการพื้นฐาน	223
6.5.2	สมการไฟไนต์เอลิเมนต์	224
6.6	ปัญหาการโค้งงอของคาน	226

6.6.1	สมการพื้นฐาน	226
6.6.2	สมการไฟไนต์เอลิเมนต์	228
6.6.3	การแปลงเมทริกซ์ของคานในสองมิติ	233
6.7	ปัญหาการโก่งของแผ่น	237
6.7.1	สมการพื้นฐาน	237
6.7.2	สมการไฟไนต์เอลิเมนต์	240
6.7.3	เอลิเมนต์แบบสี่เหลี่ยมผืนผ้า	244
6.7.4	เอลิเมนต์แบบสามเหลี่ยม	252
6.8	พลศาสตร์เบื้องต้น	257
6.8.1	สมการพื้นฐาน	257
6.8.2	การสั่นแบบฮาร์โมนิก	260
6.8.3	การสั่นของระบบก้อนมวลและสปริง	265
6.8.4	การสั่นในวัสดุท่อน	271
6.8.5	การสั่นของคาน	275
6.8.6	ระเบียบวิธีทับซ้อนโหมด	278
6.8.7	วิธีความสัมพันธ์เวียนบังเกิด	282
6.9	บทสรุป	293
	บรรณานุกรม	294
	แบบฝึกหัด	297

**บทที่ 7 ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์กับปัญหาความร้อน 311**

7.1	บทนำ	311
7.2	สมการพื้นฐานทั่วไปในสามมิติ	313
7.2.1	สมการเชิงอนุพันธ์	313
7.2.2	สมการไฟไนต์เอลิเมนต์	315
7.3	ไฟไนต์เอลิเมนต์เมทริกซ์	319
7.3.1	เอลิเมนต์เมทริกซ์แบบหนึ่งมิติ	319

7.3.2	เอลิเมนต์เมทริกซ์แบบสองมิติ	321
7.3.3	เอลิเมนต์เมทริกซ์แบบสามมิติ	325
7.4	การวิเคราะห์ปัญหาความร้อน	329
7.4.1	ปัญหาเชิงเส้นภายใต้สถานะอยู่ตัว	329
7.4.2	ปัญหาเชิงเส้นภายใต้สถานะชั่วคราว	333
7.4.3	ปัญหาไม่เชิงเส้นภายใต้สถานะอยู่ตัว	344
7.4.4	ปัญหาไม่เชิงเส้นภายใต้สถานะชั่วคราว	357
7.5	การถ่ายเทความร้อนของการไหล	361
7.5.1	สมการเชิงอนุพันธ์	361
7.5.2	สมการไฟไนต์เอลิเมนต์	362
7.6	การเคลื่อนตัวของของไหลเนื่องจากอุณหภูมิ	365
7.6.1	สมการเชิงอนุพันธ์	366
7.6.2	สมการไฟไนต์เอลิเมนต์	367
7.7	บทสรุป	372
	บรรณานุกรม	373
	แบบฝึกหัด	375
<b>บทที่ 8 ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์กับปัญหาการไหล</b>		<b>385</b>
8.1	บทนำ	385
8.2	สมการพื้นฐานทั่วไป	386
8.3	การไหลแบบไม่หนืดและไม่อัดตัว	390
8.3.1	สมการเชิงอนุพันธ์	390
8.3.2	สมการไฟไนต์เอลิเมนต์	393
8.4	การไหลแบบไม่หนืดแต่อัดตัวได้	399
8.4.1	สมการเชิงอนุพันธ์	400
8.4.2	สมการไฟไนต์เอลิเมนต์	402
8.5	การไหลแบบหนืดแต่ไม่อัดตัว	410

8.5.1	สมการเชิงอนุพันธ์	410
8.5.2	สมการไฟไนต์เอลิเมนต์	412
8.6	การไหลแบบหนืดและอัดตัวได้	421
8.6.1	สมการเชิงอนุพันธ์	421
8.6.2	สมการไฟไนต์เอลิเมนต์	423
8.7	บทสรุป	431
	บรรณานุกรม	433
	แบบฝึกหัด	435

## **บทที่ 9 ไฟไนต์เอลิเมนต์โปรแกรมคอมพิวเตอร์** **441**

9.1	บทนำ	441
9.2	โปรแกรมการถ่ายเทความร้อน	443
9.2.1	ลักษณะของปัญหาและสมการไฟไนต์เอลิเมนต์	444
9.2.2	ลักษณะของโปรแกรม HEAT2D	446
9.2.3	รายละเอียดของโปรแกรม HEAT2D	448
9.2.4	ลักษณะข้อมูลที่โปรแกรม HEAT2D ต้องการ	459
9.2.5	ตัวอย่าง	461
9.3	โปรแกรมการเสียดรูปและความเค้น	469
9.3.1	ลักษณะของปัญหาและสมการไฟไนต์เอลิเมนต์	470
9.3.2	ลักษณะของโปรแกรม STRES2D	473
9.3.3	รายละเอียดของโปรแกรม STRES2D	474
9.3.4	ลักษณะข้อมูลที่โปรแกรม STRES2D ต้องการ	488
9.3.5	ตัวอย่าง	490
9.4	โปรแกรมการโก่งของแผ่น	502
9.4.1	ลักษณะของปัญหาและสมการไฟไนต์เอลิเมนต์	503
9.4.2	ลักษณะของโปรแกรม PLATE2D	507
9.4.3	รายละเอียดของโปรแกรม PLATE2D	508

014	9.4.4	ลักษณะข้อมูลที่โปรแกรม PLATE2D ต้องการ	518
514	9.4.5	ตัวอย่าง	519
124	9.5	โปรแกรมกราฟิกที่แสดงผล	528
124	9.5.1	รายละเอียดของโปรแกรม FEPLLOT	529
124	9.5.2	ลักษณะข้อมูลที่โปรแกรมกราฟิกที่ต้องการ	537
124	9.6	บทสรุป	538
		บรรณานุกรม	539
		แบบฝึกหัด	540
		<b>ภาคผนวก ก เมทริกซ์</b>	<b>557</b>
	ก. 1	นิยาม	557
	ก. 2	การบวกและลบเมทริกซ์	560
	ก. 3	การคูณเมทริกซ์	560
	ก. 4	การทำเมทริกซ์สลับเปลี่ยน	561
	ก. 5	เมทริกซ์ผกผัน	562
	ก. 6	การแบ่งกั้นเมทริกซ์	563
	ก. 7	แคลคูลัสของเมทริกซ์	564
		<b>ภาคผนวก ข สูตรการอินทิเกรตพิกัดพื้นที่</b>	<b>565</b>
		<b>ภาคผนวก ค การแปลงหน่วย</b>	<b>571</b>
		<b>ภาคผนวก ง คุณสมบัติของวัสดุและของไหล</b>	<b>575</b>
		<b>ภาคผนวก จ การพิสูจน์ <math>dA =  J  d\xi d\eta</math></b>	<b>579</b>
		<b>ดรรชนี</b>	<b>583</b>